b) (α_n) est une suite décroissante et minorée par 1 donc (α_n) est convergente vers un réel $l \geq 1$.

Solution 11 :

1°/ f est définie sur D = { $x \in \mathbf{R}$ / $\cos x \neq 0$ }

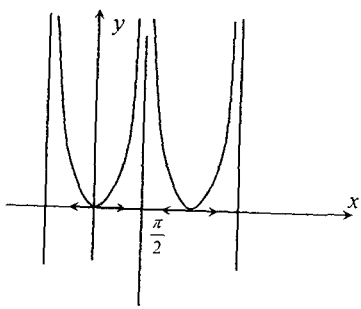
$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ où $k \in \mathbf{Z}$ d'où $D = \mathbf{R} \setminus \{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbf{Z} \}$

- $\forall x \in D$ on a : $-x \in D$ et $f(-x) = f(x)$ d'où f est paire.
- $\forall x \in D$ on a : $x + \pi \in D$ et $f(x+\pi) = f(x)$ donc f est une fonction périodique dont la période est π.

Il suffit donc de faire l'étude sur l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}[$

$\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}[, f(x) = -\ln(\cos x)$

f est définie, continue, dérivable sur $[0, \frac{\pi}{2}[$; $\forall x \in [0, \frac{\pi}{2}[$,

$f'(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \geq 0$

x	0		$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$	0	+	
$f(x)$	0	↗	$+\infty$